

**POLINOMIAL MINIMUM
PADA SUATU MATRIKS**

SKRIPSI



LUQMAN HAKIM

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS AIRLANGGA
SURABAYA
2003**

POLINOMIAL MINIMUM PADA SUATU MATRIKS

SKRIPSI

**Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika pada Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Airlangga**

Oleh :

LUQMAN HAKIM
NIM. 089511347

Tanggal Ujian : 1 Agustus 2003

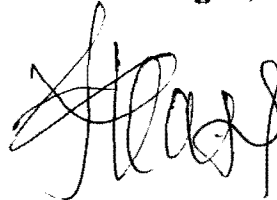
Disetujui Oleh :

Pembimbing I,



Dra. Yayuk Wahyuni, M.Si
NIP. 131 933 017

Pembimbing II,



Fatmawati, S.Si, M.Si
NIP. 132 206 059

**M I L I K
PERPUSTAKAAN
UNIVERSITAS AIRLANGGA
SURABAYA**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

Judul : POLINOMIAL MINIMUM PADA SUATU MATRIKS
Penyusun : LUQMAN HAKIM
NIM : 089511347
Tanggal Ujian : 1 Agustus 2003

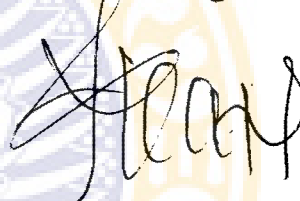
Disetujui Oleh :

Pembimbing I,



Dra. Yayuk Wahyuni, M.Si
NIP. 131 933 017

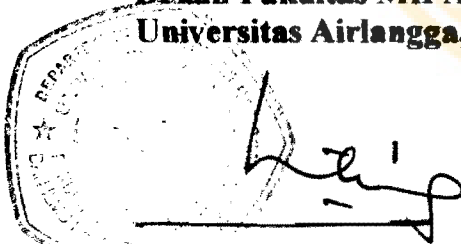
Pembimbing II,



Fatmawati, S.Si, M.Si
NIP. 132 206 059

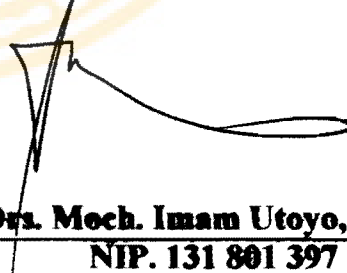
Mengetahui :

**Dekan Fakultas MIPA
Universitas Airlangga,**



Drs. H. A. Latief Burhan, MS
NIP. 131 286 709

**Ketua Jurusan Matematika
FMIPA Universitas Airlangga,**



Drs. Moch. Imam Utoyo, M.Si
NIP. 131 801 397

Luqman Hakim, 2003. Polinomial Minimum Pada Suatu Matriks. Skripsi ini dibawah bimbingan Dra. Yayuk Wahyuni, M.Si. dan Fatmawati, S.Si., M.Si. Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Airlangga.

ABSTRAK

Dari matriks $A \in M_n(F)$ dapat diperoleh matriks karakteristiknya yaitu matriks $(xI_n - A)$. Selanjutnya, dari matriks karakteristik tersebut dapat diperoleh polinomial karakteristik $C_A(x) = \det(xI_n - A)$ yang merupakan polinomial monik berderajat n . Teorema Cayley-Hamilton menjamin bahwa nilai $C_A(x)$ pada matriks A adalah matriks nol, yaitu $C_A(A) = 0$. Adapun polinomial monik yang nilainya pada matriks A berupa matriks nol, dimungkinkan berderajat lebih kecil dari n . Polinomial seperti ini dengan derajat terkecil disebut polinomial minimum pada matriks A .

Tujuan dari skripsi ini adalah membuktikan keberadaan polinomial minimum pada matriks $A \in M_n(F)$. Dengan membawa matriks karakteristik $(xI_n - A)$ kedalam matriks Bentuk Kanonik Smith $S(x) = \text{Diag}(f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))$ diperoleh bahwa polinomial minimum dari matriks A adalah $f_n(x)$. Selain itu diperoleh pula bahwa keberadaan polinomial minimumnya tunggal, dan jika sebarang dua matriks di $M_n(F)$ adalah similar, maka dua matriks tersebut mempunyai polinomial minimum yang sama.

Kata kunci : matriks polinomial, polinomial minimum, Bentuk Kanonik Smith,

Luqman Hakim, 2003. Minimum Polynomial of the Matrix. This script was written under the tutorship of Dra. Yayuk Wahyuni, M.Si. and Fatmawati, S.Si., M.Si. Department of Mathematics and Natural Science Faculty. Airlangga University.

ABSTRACT

From matrix $A \in M_n(F)$ can be taken its characteristic matrix that is matrix $(xI_n - A)$. Furthermore, from the characteristic matrix can be taken a characteristic polynomial $C_A(x) = \det(xI_n - A)$ which is monic polynomial degree of n . Theorem of Cayley-Hamilton guarantee that value of $C_A(x)$ of the matrix A is matrix zero, that is $C_A(A) = 0$. As for monic polynomial which its value of matrix A is matrix zero, enabled degree smaller than n . Polynomial like this with the smallest degree called as minimum polynomial of matrix A .

The purpose of this script is to prove the existence of minimum polynomial of matrix $A \in M_n(F)$. By transforming characteristic matrix $(xI_n - A)$ into Smith Canonical Form matrix $S(x) = \text{Diag}(f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))$, can be taken the minimum polynomial of matrix A is $f_n(x)$. Besides, the existence of that minimum polynomial is unique, and if there any two matrices in $M_n(F)$ are similar, then they have the same minimum polynomial.

Key word: polynomial matrix, minimum polynomial, Smith Canonical Form.